

**POURCENTAGES, SUITES GEOMETRIQUES,  
FONCTIONS DEFINIES PAR INTERVALLES  
TI 83+, TI 89 ou 92**

**Fiche professeur**

**Classes :** (seconde), premières, terminales.

**Objectif :** proportionnalité, pourcentages, apprentissage de la citoyenneté par la connaissance des règles du crédit, initiation au tableur.

**Prérequis math :** proportionnalité, (suites géométriques).

**Prérequis calculatrice :**

Remarques :

- ✓ les élèves ont été préparés à l'écriture de  $\text{Prix\_ttc} = \text{Prix\_ht} \times (1 + \frac{t}{100})$  où  $t$  est le taux de TVA,
- ✓ l'exercice est traité en cours, en pêchant au vol les (fausses) réponses des élèves afin de construire ensemble la solution,
- ✓ une dernière question proposée en prolongement ou supplément permet de montrer que si nos problèmes sont compliqués, c'est parce que la réalité qui nous entoure l'est sans doute davantage.

**Enoncé :**

Une jolie mob est affichée au prix de 13 000 F. Avec 1 000 F en poche c'est un peu cher. Le vendeur très convaincant, propose de s'adresser à une société de crédit bien connue des fidèles clients du magasin de vente par correspondance « Les trois Belges Redoutables », dont la carte « Plein les Poches » permet de demander sous 48 heures un chèque allant jusqu'à 20 000 F. C'est un crédit permanent, dit crédit « revolving », où l'emprunt est remboursable « comme on peut » chaque mois. En petits caractères il est écrit que le TEG est de 17,40 % l'an soit (c'est ce qui est écrit..., avec indication de la légalité de la chose) 1,45 % par mois.

Tu convaincs tes parents d'emprunter 12 000 F et de rembourser 100 F par mois sur ton argent de poche.

Dans combien de mois les remboursements vont se terminer ?

**La résolution en quatre temps et trois erreurs :**

- I. La finance, mais c'est très simple !  
Nous avons 12 000 F à verser, à 100 F par mois cela fait 1 200 F par ans, comme  $12\ 000 / 1\ 200 = 10$ , dans **10 ans** j'ai fini. Petite remarque et bonne résolution, « quand j'aurai un peu plus de moyens, je verserai davantage pour rembourser plus vite ».
- II. La vie ne manque pas d'intérêt :  
Il reste 12 000 F à verser, certes, mais aussi les intérêts sur cette somme.  
Soit  $12\ 000 \times (1+0,174) = 14\ 088$  F. Le même calcul que précédemment donne 11,74 années. Avec  $0,74 \times 12 = 8,88$  nous rajoutons donc 9 mois pratiquement. Il faut en définitive **11 ans et 9 mois**.
- III. Il court il court l'intérêt...  
L'intérêt court sur la somme restant due à la fin de chaque période. Il faut donc calculer **par mois** ! et faire un grand nombre de calculs.

Nous pouvons utiliser le tableur de la calculatrice (ci après) ou les suites (plus loin).

TI 83+ :

Passer en **STAT**, s'assurer que rien d'important ne se trouve dans les colonnes L<sub>1</sub> et L<sub>2</sub> de l'éditeur statistique..., les réinitialiser.

L1	L2	L3	Z
12000	-----	-----	
-----			
L2 = "(L1-100)*(1+0.0145)"			

En L<sub>1</sub>(1) entrer 12000, en L<sub>2</sub> entrer la formule ENTRE " pour qu'elle s'applique en liant les colonnes L<sub>1</sub> et L<sub>2</sub>. La formule : "(L1-100)\*(1+0.0145)".

L1	L2	L3	Z
12000	12146	-----	
12073	-----		
-----			
L2(1)=12072.55			

recopier cette valeur en L<sub>1</sub>(2). Ce devrait être unanime, on doit de plus en plus...

Il apparaît 12073 en L<sub>2</sub>(1), et la valeur exacte 12072.55 en bas de l'écran. Comme pas tout le monde réagit,

TI 89 :

**APPS**, **6 Data/Matrix Editor** **New**, donner un nom et deux fois **ENTER**.

F1-Tools	F2-Plot Setup	F3-Cell Header	F4-Header	F5-Calc	F6-Util	F7-Stat
DATA						
	c1	c2	c3			
1	12000					
2						
3						
4						
c2=(c1-100)*(1+0.0145)						
MAIN RAD AUTO SEQ						

En r1c1 mettre 12000, en c2 (là où se trouve écrit c2, avant la première ligne des données) la formule :

$$c2=(c1-100)*(1+0.0145)$$

F1-Tools	F2-Plot Setup	F3-Cell Header	F4-Header	F5-Calc	F6-Util	F7-Stat
DATA						
	c1	c2	c3			
1	12000	12073.				
2	12073.	12146.				
3						
4						
r1c2=12072.55						
MAIN RAD AUTO SEQ						

Il apparaît 12073 en r1c2, et la valeur exacte 12072.55 en bas de l'écran. Comme pas tout le monde réagit, copier (¥6 ¥7) la valeur de r1c2 en r2c1. Comme précédemment (TI 83) ce devrait être unanime, on doit de plus en plus...

IV. Vingt fois sur le métier remettez votre ouvrage, polissez-le sans cesse et le repolissez. (Boileau)  
L'intérêt court sur la somme due à la fin de chaque période, ce n'est qu'après que l'on enlève la somme versée. Traitement en tableur : il suffit de changer la place des 100 F dans les formules utilisées.

TI 83 :  $L2=L1*(1+0.0145)-100$ .

TI 89 :  $c2=c1*(1+0.0145)-100$ .

D'où les vraies valeurs, à peine plus élevées que les précédentes, avec la même conclusion...

**Traitement en tant que suites géométriques** (solution IV. uniquement) :

TI 83+ :

Normal	Sci	Ing
Flott	0123456789	
Radian	Degré	
Fct	Par	Pol
Relié	NonRelié	
Séquentiel	Simul	
Réel	abst	re^0i
Plein	Horiz	G-T

Passer en mode **SEQ** ou **Suit** si vous êtes en Français.

DEFINIR TABLE	
DébTbl=1	
Pas=1	
Valeurs:	AUTO Dem
Calculs:	AUTO Dem

Puis **TBLSET**.

Graph1	Graph2	Graph3
nMin=1		
u(n)u(n-1)*(1+0.0145)-100		
u(nMin)u(12000)		
v(n)=		
v(nMin)=		
w(n)=		

Par **Y=** remplir comme ci-contre.

n	u(n)
1	12000
2	12074
3	12149
4	12225
5	12303
6	12381
7	12460

Et le résultat dans **TABLE**.  
Remarque : n n'est pas le nombre de mois...

C'est plus impressionnant.

TI 89 : idem 83, passer en mode suite par **MODE Graph/SEQUENCE** et remplir... (écrans ci-dessous).

MODE		
F1	F2	F3
Page 1	Page 2	Page 3
Graph	1:FUNCTION	
Current P	2:PARAMETRIC	
Display Di	3:POLAR	
Ans1e	4:SEQUENCE	
Exponent	5:SD	
Vector Fo	6:DIFF EQUATIONS	
Pretty Pr		
Enter=SAVE ESC=CANCEL		
TYPE OR USE <+>+ [ENTER] OR [ESC]		

F1-Tools	F2-Zoom	F3-Plot	F4-Act	F5-Act
-PLOTS				
u1=u1(n-1)*(1+.0145)-100				
u1=12000				
u2=				
u2=				
u3=				
u3=				
u4=				
u4=				
u1(n)=...n-1)*(1+.0145)-100				
MAIN RAD AUTO SEQ				
u1(n-1)*(1+0.0145)-100				

F1-Tools	F2-Plot Setup	F3-Cell Header	F4-Header	F5-Calc	F6-Util	F7-Stat
TABLE SETUP						
tblStart: 1						
tblEnd: 7						
Graph <-> Table: OFF						
Independent: AUTO						
Enter=SAVE ESC=CANCEL						
Define u4(n)=when(u1(n-1)...						
MAIN RAD AUTO SEQ 26/30						

Le deuxième par **Y=**.  
Le troisième par **TBLSET**.

F1-Tools	F2-Plot Setup	F3-Cell Header	F4-Header	F5-Calc	F6-Util	F7-Stat
TABLE						
n	u1					
1.	12000.					
2.	12074.					
3.	12149.					
4.	12225.					
5.	12303.					
n=1.						
MAIN RAD AUTO SEQ						

Et le résultat toujours éloquent, dans **TABLE**.  
Remarque : n n'est pas le nombre de mois...

**Profiter de cette représentation pour deux petites questions intéressantes :**

1. Quelle somme minimale permet le remboursement ?
2. Dans combien de temps se termine le crédit pour un remboursement de 500 F mensuel.

1. La somme minimale correspond **au moins** à l'intérêt de la première période soit  $u_1 * 0.0145 = 174$ .

F1- Tools	F2- Setup	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8
n	u1						
27.	1793.7						
28.	1319.7						
29.	838.8						
30.	350.97						
31.	-143.9						
n=31.							
MAIN		RAD AUTO		SEQ			

2. Il suffit de remplacer 100 par 500 dans la formule générale, puis de descendre jusqu'à ce qu'il ne reste rien ou presque à payer. Lire n auquel il faut enlever 1.  
Donc 28 mensualités de 500 F et le 29<sup>ème</sup> mois un versement de 350,97 F.

**Dernière question, uniquement pour la TI 89 :**

En réalité, le taux de crédit (TEG) est de 1,45 % par mois soit 17,40 % l'an, pour une somme due inférieure à 10 000 F, et de 1,35 % par mois, soit 16,20 % l'an sinon. Combien faut-il de mensualités pour les mêmes conditions que précédemment, ie 12 000 F empruntés, mensualités de 500 F.

F1- Tools	F2- Zoom	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8
+FLOTS							
Plot 1: $u_1 \cdot x + c_2 \cdot b - 1$							
$u_1 = \begin{cases} u_1(n-1) \cdot (1 + .0145) - 500 & \text{if } u_1(n-1) < 10000 \\ u_1(n-1) \cdot (1 + .0135) - 500 & \text{otherwise} \end{cases}$							
u1=12000							
u2=							
u12=							
u1(n)=when(u1(n-1)<10000,...							
MAIN		RAD AUTO		SEQ			

La réponse est obtenue par l'utilisation de la fonction *when* appliquée aux suites.

La formule :  
when( $u_1(n-1) < 10000, u_1(n-1) * (1 + 0.0145) - 500, u_1(n-1) * (1 + 0.0135) - 500$ ).

F1- Tools	F2- Setup	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8
n	u1						
27.	1701.1						
28.	1225.8						
29.	743.55						
30.	254.33						
31.	-242.						
n=27.							
MAIN		RAD AUTO		SEQ			

Le résultat diffère peu de ce qui précède. Recommencer avec 700 F par exemple.

**Remarques :**

- ✓ j'avoue avoir caché qu'un minimum mensuel est exigé en fonction de la somme empruntée... à dire bien entendu.
- ✓ On peut être étonné du calcul du taux d'intérêt mensuel par  $17,40 / 12 = 0,0145$  par exemple. C'est pourtant ce que font les banques en toute légalité, alors que  $1.0145^{12} \approx 1.1886$ , pour 100 francs empruntés, on nous prend 18,86 F au lieu des 17,40 F indiqués. Comme disait Coluche, « moins t'as de ronds et plus tu payes »  
En profiter pour calculer quel devrait être le véritable taux d'intérêt (par tâtonnement autour de la valeur 0,0145). Nous savons le calculer :  $1.174^{1/12} \approx 1.013457$  soit environ 1,35 % par mois. Les élèves feront des essais du genre  $1.0142^{12} = \dots$

Si anciennement on pouvait accepter des divisions au lieu d'extraction de racines, les machines actuelles, les ordinateurs, les logiciels de comptabilités sont capables d'effectuer sans problème ces calculs. Mais ils sont tellement rentables, et pas à notre avantage...